

文系第1問

以下の問い合わせに答えよ。

(1) t を実数の定数とする。実数全体を定義域とする関数 $f(x)$ を

$$f(x) = -2x^2 + 8tx - 12x + t^3 - 17t^2 + 39t - 18$$

と定める。このとき、関数 $f(x)$ の最大値を t を用いて表せ。

(2) (1) の「関数 $f(x)$ の最大値」を $g(t)$ とする。 t が $t \geq -\frac{1}{\sqrt{2}}$ の範囲を動くとき、 $g(t)$ の最小値を求めよ。

【3次関数の区間における最大・最小】

★ $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ について、 $t \leq x \leq t+1$ における $f(x)$ の最大値を $g(t)$ とするとき、定積分 $\int_0^2 g(t)dt$ の値を求めよ。(春)

★ p, q は正の実数とする。 $f(x) = \int_0^x (t^2 - 2pt + p^2 - q^2)dt$ の区間 $0 \leq x \leq 2p$ における最大値を求めよ。(1)

★ a を 1 より大な定数とする。関数 $y = x^3 + ax^2 + \frac{1}{3}(a^2 - 1)x + \frac{1}{27}a^3$ について、区間 $-\frac{a+1}{3} \leq x \leq 0$ における最大値と最小値を求めよ。(2)

★ $|x^2 - x + 1 - k|$ の $0 \leq x \leq 1$ における最大値を k で表せ。次にこの最大値が最小となるのは k がどのような値のときか求めよ。(1)

★ $a > 0$ とする。関数 $f(x) = |x^3 - 3a^2x|$ の、 $-1 \leq x \leq 1$ における最大値を最小にする a の値を求めよ。(2)

★ 実数 t に対して、 $0 \leq x \leq 2$ における $|x^3 - 3tx^2 - \frac{3}{4}|$ の最大値を $f(t)$ とする。このとき、 $f(t)$ を t の式で表し、

そのグラフをかけ。(3)

★ 関数 $f(x) = |x^3 - 3x|$ の、閉区間 $D : [0, 2]$ における最大値を M 、最小値を m とする。

(1) M, m の値、及びそれらを与える x の値を求めよ。

(2) 区間 D に含まれる閉区間 $D' : [t, t+a]$ ($0 \leq t < t+a \leq 2$) を考える。 t を適当にとれば、 D' における $f(x)$ 最大値、最小値もそれぞれ M, m になるという。このような a の最小値を求め、その a を与える t の値を求めよ。(夏)

★ 3次関数 $f(x) = x^3 - ax$ (a は実数) の絶対値 $|f(x)|$ の $0 \leq x \leq 1$ における最大値は、 a がどのような実数値であっても常に 0.25 より小さくないことを証明せよ。(2)

◆コメント◆

上の★のとおり、過去問とバッタリ被る、点取り問題となっています。