

文系第1問

以下の問いに答えよ。

(1)  $t$  を実数の定数とする。実数全体を定義域とする関数  $f(x)$  を

$$f(x) = -2x^2 + 8tx - 12x + t^3 - 17t^2 + 39t - 18$$

と定める。このとき、関数  $f(x)$  の最大値を  $t$  を用いて表せ。

(2) (1) の「関数  $f(x)$  の最大値」を  $g(t)$  とする。 $t$  が  $t \geq -\frac{1}{\sqrt{2}}$  の範囲を動くとき、 $g(t)$  の最小値を求めよ。

【3次関数の区間における最大・最小】

★  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$  について、 $t \leq x \leq t+1$  における  $f(x)$  の最大値を  $g(t)$  とするとき、定積分  $\int_0^2 g(t) dt$  の値を求めよ。(春)

★  $p, q$  は正の実数とする。 $f(x) = \int_0^x (t^2 - 2pt + p^2 - q^2) dt$  の区間  $0 \leq x \leq 2p$  における最大値を求めよ。(1)

★  $a$  を1より大な定数とする。関数  $y = x^3 + ax^2 + \frac{1}{3}(a^2 - 1)x + \frac{1}{27}a^3$  について、区間  $-\frac{a+1}{3} \leq x \leq 0$  における最大値と最小値を求めよ。(2)

★  $|x^2 - x + 1 - k|$  の  $0 \leq x \leq 1$  における最大値を  $k$  で表せ。次にこの最大値が最小となるのは  $k$  がどのような値のときか求めよ。(1)

★  $a > 0$  とする。関数  $f(x) = |x^3 - 3a^2x|$  の、 $-1 \leq x \leq 1$  における最大値を最小にする  $a$  の値を求めよ。(2)

★ 実数  $t$  に対して、 $0 \leq x \leq 2$  における  $\left| x^3 - 3tx^2 - \frac{3}{4} \right|$  の最大値を  $f(t)$  とする。このとき、 $f(t)$  を  $t$  の式で表し、そのグラフをかけ。(3)

★ 関数  $f(x) = |x^3 - 3x|$  の、閉区間  $D: [0, 2]$  における最大値を  $M$ 、最小値を  $m$  とする。

(1)  $M, m$  の値、及びそれらを与える  $x$  の値を求めよ。

(2) 区間  $D$  に含まれる閉区間  $D': [t, t+a]$  ( $0 \leq t < t+a \leq 2$ ) を考える。 $t$  を適当にとれば、 $D'$  における  $f(x)$  の最大値、最小値もそれぞれ  $M, m$  になるという。このような  $a$  の最小値を求め、その  $a$  を与える  $t$  の値を求めよ。(夏)

★ 3次関数  $f(x) = x^3 - ax$  ( $a$  は実数) の絶対値  $|f(x)|$  の  $0 \leq x \leq 1$  における最大値は、 $a$  がどのような実数値であっても常に 0.25 より小さくないことを証明せよ。(2)

◆コメント◆

上の★のとおり、過去問とバッチリ被る、点取り問題となっています。