

理系第6問

座標空間において、 xy 平面内で不等式 $|x| \leq 1$, $|y| \leq 1$ により定まる正方形 S の4つの頂点を $A(-1, 1, 0)$, $B(1, 1, 0)$, $C(1, -1, 0)$, $D(-1, -1, 0)$ とする。正方形 S を、直線 BD を軸として回転させてできる立体を V_1 、直線 AC を軸として回転させてできる立体を V_2 とする。

- (1) $0 \leq t < 1$ を満たす実数 t に対し、平面 $x = t$ による V_1 の切り口の面積を求めよ。
- (2) V_1 と V_2 の共通部分の体積を求めよ。

【断面が放物線の輪郭をもつ立体の体積】

● 放物線 $y = \frac{3}{4} - x^2$ を y 軸のまわりに回転して得られる曲面 K を、原点を通り回転軸と 45° の角をなす平面 H で切る。曲面 K と平面 H で囲まれた立体の体積を求めよ。(春)

● xy 平面上の放物線 $y = x^2$ を y 軸の周りに1回転してできる曲面を K とし、点 $(0, 1/4, 0)$ および点 $(-\frac{1}{4\sqrt{3}}, 0, 0)$ を通り xy 平面に垂直な平面を H とする。曲面 K と平面 H によって囲まれる立体 V の体積を求めよ。(3)

【放物線の輪郭をもつ円錐の断面の計量】

● 点 $(0, 0, 1)$ を頂点とし、 xy 平面上の円板 $C: x^2 + y^2 \leq 1, z = 0$ を底面とする円錐 A がある。 A を直線 $x = t, z = 0$ を含み、点 $(0, 0, t)$ を通る平面 $\pi(t)$ で切ったときの切り口の面積を $S(t)$ とする。 $S(t)$ を最大にする t の値を求めよ。(春)

※ その他、的中・類題多数につき省略

◆コメント◆

ゆとり以降、断面を描くのが苦手な人が多いように見受けられます。総じて、空間図形の力が壊滅的になったようです。東大の古い過去問には立体の問題が多数ありますので、練習しておいたほうがいいでしょう。