
理系第1問

次の関数 $f(x)$ を考える。

$$f(x) = (\cos x) \log(\cos x) - \cos x + \int_0^x (\cos t) \log(\cos t) dt \quad \left(0 \leq x < \frac{\pi}{2}\right)$$

- (1) $f(x)$ は区間 $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ において最小値を持つことを示せ。
(2) $f(x)$ の区間 $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ における最小値を求めよ。
-

【解答例】

(1)

$f'(x) = (\cos x - \sin x) \log(\cos x)$ において $\log(\cos x) \leq 0$ なので $f(x)$ は $x = \frac{\pi}{4}$ で極小値をとる。(増減表略)

(2)

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \log 2 + \log(\sqrt{2} + 1) - \sqrt{2}$$

◆コメント◆

ストーリーはいたって簡単ですが、(2)の計算が面倒で、特に範囲外の $\int \frac{dt}{\cos t}$ とかやめてほしいです。しかし実際には、範囲外の箇所には到達する以前にほとんどの受験生が脱落していると思われるので、皆さんとしてはとりあえず通常の計算力を身につけていきましょう。