
文系第3問

数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 4, a_{n+1} = a_n^2 + n(n+2) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) a_{2022} を 3 で割った余りを求めよ。
(2) $a_{2022}, a_{2023}, a_{2024}$ の最大公約数を求めよ。
-

【解答例】

(1)
 a_n を 3 で割った余りは、 $n = 1, 2, \dots$ に対して、 $1, 1, 0, 0, 0, 2, \dots$ が繰り返される。

2022 は 6 の倍数だから、 a_{2022} を 3 で割った余りは 2

(2)
 a_n を 2 で割った余りは、 $n = 1, 2, \dots$ に対して、 $0, 1, 1, 0, \dots$ と繰り返され、 $a_{2022}, a_{2023}, a_{2024}$ を 2 で割った余りは $1, 1, 0$ なので奇数と偶数が混じっている。よってこれらの最大公約数は 1

◆コメント◆

(2) は、(1) で 3 の余りに対してやったことを、2 で割った余りでもやってみてね、という問題です。この誘導に気付けば、瞬殺でしょう。誘導が直接的だと簡単すぎるということで、最大公約数という言い方になったのかと思われます。