

文系第4問

O を原点とする座標平面を考える。不等式

$$|x| + |y| \leq 1$$

が表す領域を D とする。また、点 P, Q が領域 D を動くとき、 $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}$ をみたす点 R が動く範囲を E とする。

(1) D, E をそれぞれ図示せよ。

(2) a, b を実数とし、不等式

$$|x - a| + |y - b| \leq 1$$

が表す領域を F とする。また、点 S, T が領域 F を動くとき、 $\overrightarrow{OU} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OT}$ をみたす点 U が動く範囲を G とする。 G は E と一致することを示せ。

(1)
 \overrightarrow{OR} は Q が原点に来るように \overrightarrow{QP} を平行移動したものである。したがって、 P, Q を D 上で動かすにあたり、まず Q を動かした後、 Q が原点に来るように領域 D と P を平行移動して領域 D', P' とし、次に D' 内で P' を動かせば、 P' が R の位置を示すことになる。 よって E は、 D が原点を含むように D を平行移動した領域全体 $|x| + |y| \leq 2$ である。

(2)
同様に、 T が原点に来るように領域 F を動かしたときの全体が G だから、 G は (1) の $|x| + |y| \leq 2$ と同じ領域となる。

◆コメント◆

何とか日本語で説明しましょう (下線部)。直観的理解を言葉にするのも、数学の重要な力です。

◆文系数学全体コメント◆

第1問、第2問を確実に取り、第3問(1)まで仕上げたら第4問を考えましょう。第3問(2)は、図を使わないとなかなか完答できないので、まあ、失点は仕方ないでしょう。全体に、易から難まで幅広く出題され、計算は少なめだった代わりに、若干の日本語力を見るという、東大らしい出題でした。来年受験する人が、手が届きそうだと期待できる程度まで難度を抑えた、文系数学としては、やはり超良問セットとっていいでしょう。