

文系第2問

1 辺の長さが 1 の正六角形 ABCDEF が与えられている。点 P が辺 AB 上を、点 Q が辺 CD 上をそれぞれ独立に動くとき、線分 PQ を 2 : 1 に内分する点 R が通りうる範囲の面積を求めよ。

P を固定して Q を辺 CD 上で動かすと、R は図の線分 ST を描く。ST の長さは  $\frac{2}{3}$  である。

次に P を動かすと、 $PS : SC = PT : TD = 1 : 2$  は変わらないから、ST は長さを変えずに平行移動する。図で  $P=A$  のとき ST が  $S'T'$  に移動したとして、 $CS : SP = CS' : S'A$  なので、 $AB // SS'$  となる。同様に  $AB // TT'$  である。P が B にあるときには ST と辺 CD との距離は  $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

P が A にあるときには ST (すなわち  $S'T'$ ) と辺 CD との距離は  $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

よって求める面積は  $\frac{2}{3} \left( \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{9}$

